

IL NUMERO DELLE PARTI DI UN INSIEME DISCRETO

Domenico Suppa, 11-08-2010

Sia $X := \{a_1, a_2, \dots, a_N\}$ un insieme contenente N elementi. L'insieme delle parti corrispondente ad X , indicato con $B(X)$, ha come propri elementi tutti gli insiemi che è possibile “estrarre” da X , compreso l'insieme vuoto \emptyset ed X stesso. Quanti sono gli elementi (insiemi) che costituiscono $B(X)$? In altri termini: qual'è il numero cardinale di $B(X)$?

Gli elementi di $B(X)$ sono le combinazioni di classe k che è possibile formare con gli N elementi di X , per k che va da 0 a N . Quindi, il numero di queste combinazioni scaturisce dalla seguente identità (indicando con $C[B(X)]$ il numero degli elementi di $B(X)$):

$$C[B(X)] = \sum_{k=0}^N \binom{N}{k} = (a+b)^N = 2^N$$

dato che la sommatoria del numero delle possibili combinazioni di elementi di X equivale alla potenza N -esima del binomio $(a + b)$ con $a = b = 1$.

Allo stesso risultato si può giungere mediante una dimostrazione per induzione.